

# 電磁誘導を利用したばねによる単振動の周期測定

永野 利徳\* 池田 達裕\*\* 上野 賢仁\*\* 天本 徳浩\*\*\*

Period measurement of simple harmonic motion due to a spring by electromagnetic induction

by

Toshinori NAGANO\*, Tatsuyuu IKEDA\*\*, Takahito UENO\*\*  
and Tokuhiko AMAMOTO\*\*\*

## 要 旨

学生実験における単振動の周期測定では、通常単振り子が用いられる。測定は目視による手動計測によって行われるため個人による誤差が生じやすい。また、振幅に関する理論誤差の影響は避けられない。

本研究では、電磁誘導を利用した計測装置を考案し、導入することにより、上記二点の問題点を改善することができた。装置は、ばねにつるした永久磁石をオシロスコープに接続したコイル内を運動させ、その際に生じる電圧の波形を解析するものである。

**Key Words:** 単振動、周期、電磁誘導、振幅、オシロスコープ

## 1. はじめに

本学総合教育の物理学教育では、1 年次学生に基礎物理学（波動、熱力学、電磁気学）と物理学（力学）を座学として講義し、2 年次学生に物理学実験を実施している。本学では教育刷新プログラムの取組みが進められている。物理学教育においても各学科の要望を取り入れ、平成25年度に座学の授業内容を変更し、授業の改善のため、講義内容や講義に用いる演示実験の検討等を行った。物理学実験も新たな項目について研究を行い、一部は既に変更した。

現状の物理学実験では伝統的な力学に関する

実験が主体であり、現在の科学技術では不可欠な電磁気学や光学等に関する実験を取り入れることが望まれる。そこで昨年度はオームの法則とサーミスタの B 定数計測の実験を取り入れた。今年度も新たな実験項目の準備が終了した。本研究は新しく追加する際の候補の一つである「電磁誘導を利用したばねによる単振動の周期測定」について考察するものである。

## 2. 実験概要

### (1) 実験の目的

単振り子による単振動の周期測定では一般にストップウォッチによる手動計測を行っている。この測定は未経験の学生にとっては計測がしにくく、誤差が生じやすい。また、単振り子の円

\*崇城大学総合教育センター講師

\*\*崇城大学工学部エコデザイン学科教授

\*\*\*崇城大学工学部エコデザイン学科准教授

弧の一部分の運動を単振動とする近似に理論誤差を含んでいる。

本研究では、周期は電氣的に自動計測し、ばねによる単振動そのものを測定する。

## (2) 実験装置

実験に用いる器具は、写真1に示すとおり、永久磁石、コイル（10回巻、直径53.20 mm）、オシロスコープ（GW Instrumment 社製 GDS-1052-U）、ばね及び台（島津製作所製 ジョリーばねばかり）である。

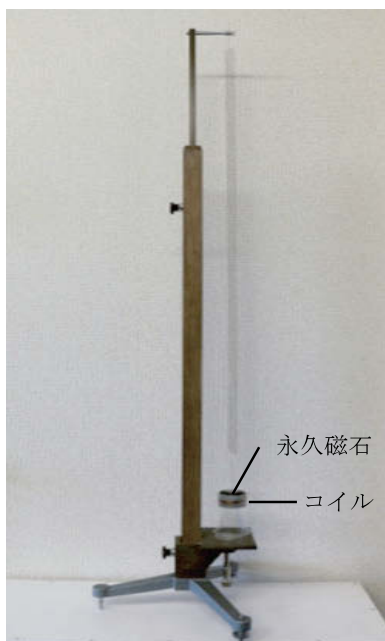


写真1 実験装置



写真2 永久磁石



写真3 コイル

写真2は永久磁石、写真3はコイルの部分を取り出したものである。

## 3. 周期の理論値及び実験値

ばね振り子による単振動の周期測定の実験について説明し、試行実験の結果を記す。

### (1) 周期の理論値

一般に、ばねにつけた振り子の周期  $T$  [s]

は、ばねの質量を無視し、ばねにつけたおもりの質量を  $m$  [kg]、ばね定数を  $k$  [N/m] として次式で与えられる。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

しかし、ばねの質量が無視できるばね振り子は存在しないので、この式は実際には成り立たない。そこで、質量  $m$  はおもりの質量にばねの質量を加えたものとして、周期の理論値  $T_{理}$  を求める。

- ・  $m = 18.84 \text{ g}$  (ばねの質量) +  $41.77 \text{ g}$  (おもりの質量) (永久磁石：円筒形で直径 =  $12.844 \text{ mm}$ 、高さ =  $38.25 \text{ mm}$ ) の質量)
- ・  $l_0 = 22.3 \text{ cm}$  (水平に置いたときのばねの長さ)
- ・  $l = 106.5 \text{ cm}$  (おもりをつるしたときのばねの長さ)
- ・  $x = l - l_0 = 106.5 - 22.3 = 84.2 \text{ cm}$  (ばねの伸び)

フックの法則、 $mg = kx$  より、

$$\begin{aligned} T_{理} &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}} = 6.283 \sqrt{\frac{84.2 \times 10^{-2}}{9.795}} \\ &= 1.84 \text{ s} \quad \dots\dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

と求まった。(ここで、 $g$  は熊本での重力加速度の大きさの近似値  $9.795 \text{ m/s}^2$  を用いた。)

### (2) 手動による周期の測定

ストップウォッチを使用して、振動の0回から90回まで10回ごとにスプリットタイムを測定し、表1の等間隔測定法で周期  $T_{実}$  を求めると、

$$T_{実} = \frac{92.60}{50} = 1.852 \text{ s} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

になった。このとき、最初と最後の振幅はそれぞれ  $9.50 \text{ cm}$ 、 $2.75 \text{ cm}$ であった。さらに、表1より、振動回数が少ないときの周期と多いときのそれとは無視できる程小さかった。理論値との相対誤差は次のようになった。

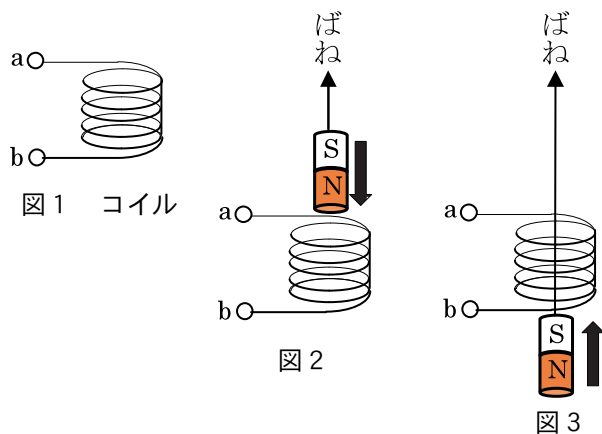
$$\text{相対誤差} = \frac{|T_{理} - T_{実}|}{T_{理}} = \frac{0.012}{1.84} = 0.65 \%$$

表 1 : 周期の等間隔測定データの

| 回  | 時刻 [s] | 回  | 時刻 [s] | 50 $T$ [s] |
|----|--------|----|--------|------------|
| 50 | 92.57  | 0  | 0      | 92.57      |
| 60 | 110.85 | 10 | 18.35  | 92.50      |
| 70 | 129.63 | 20 | 36.78  | 92.85      |
| 80 | 148.14 | 30 | 55.45  | 92.69      |
| 90 | 166.44 | 40 | 74.05  | 92.39      |
| 平均 |        |    |        | 92.60      |

## (3) 電磁誘導を利用した周期の測定

電磁誘導とは、図 1 のようなコイル中に図 2 と図 3 のように永久磁石を出し入れする際に ab 間に起電力が発生し電流が誘導される現象である。このとき発生する起電力をオシロスコープを用いて計測する。



オシロスコープのチャンネル 1 に接続したプロープのフックとクリップをそれぞれ図 1 のコイルの a と b につないで、ばねの単振動による波形を観測した。ここでは磁石が運動する速さ、つまり磁束を切る速さが発生する起電力に比例し、図 4、5 の振幅の大きさに比例する。よって、図 4、図 5 の縦軸は誘導起電力の大きさを横軸は時間を表す。

図 4 はばねを大きく（振幅＝8.60 cm）振らせたとき、図 5 は小さく（振幅＝4.20 cm）振らせたときである。図中の①～⑩は山の番号を示すものであり、①～⑩は、図 2 と図 3 の波形が交互に現れたものである。

このとき、単振動の周期  $T$  は図 4、図 5 の

波形の周期  $t$ （隣り合う山と山の時間）の 2 倍になる。ここで、図 4 の横軸の 1 目盛（div）は 1s にとっており、①～⑩の横軸の値は表 2 のようになった。

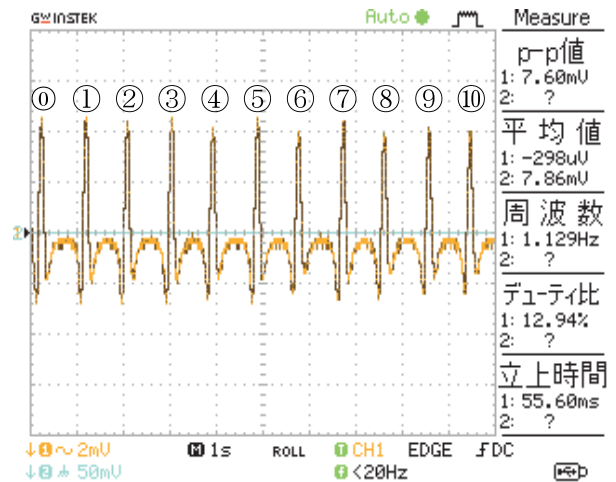


図 4 振幅が大きいとき

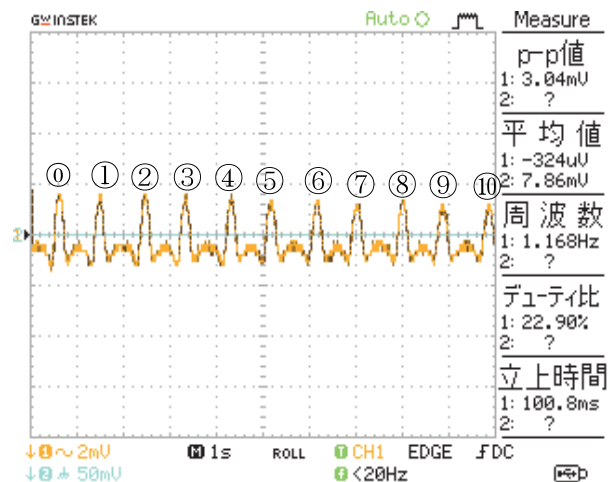


図 5 振幅が小さいとき

表 2 : 図 4 の横軸の値

| 番目 | 目盛 [div] | 番目 | 目盛 [div] | 5 $t$ [div] |
|----|----------|----|----------|-------------|
| 5  | -0.13    | 0  | -4.76    | 4.63        |
| 6  | 0.74     | 1  | -3.81    | 4.55        |
| 7  | 1.73     | 2  | -2.93    | 4.66        |
| 8  | 2.58     | 3  | -1.96    | 4.54        |
| 9  | 3.57     | 4  | -1.09    | 4.66        |
| 平均 |          |    |          | 4.61        |

表2より周期は、 $t = \frac{4.61}{5} \text{ s} = 0.922 \text{ s}$

$$T = 2t = 2 \times 0.922 \text{ s} = 1.84 \text{ s} \cdots \textcircled{3}$$

となり、手動による周期の測定値との相対誤差は次のようになった。

$$\text{相対誤差} = \frac{|T_{\text{実}} - T|}{T_{\text{実}}} = \frac{0.012}{1.852} = 0.65 \%$$

同様に、図5の横軸の1目盛 (div) は1sにとっており、①～⑨の横軸の値は表3のようになった。

表3：図5の横軸の値

| 番目 | 目盛 [div] | 番目 | 目盛 [div] | 5 t [div] |
|----|----------|----|----------|-----------|
| 5  | 0.19     | 0  | -4.38    | 4.57      |
| 6  | 1.17     | 1  | -3.49    | 4.66      |
| 7  | 2.05     | 2  | -2.52    | 4.57      |
| 8  | 3.01     | 3  | -1.65    | 4.66      |
| 9  | 3.87     | 4  | -0.67    | 4.54      |
| 平均 |          |    |          | 4.60      |

表3より周期は、 $t = \frac{4.60}{5} \text{ s} = 0.920 \text{ s}$

$$T = 2t = 2 \times 0.920 \text{ s} = 1.84 \text{ s} \cdots \textcircled{4}$$

となり、手動による周期の測定値との相対誤差は次のようになった。

$$\text{相対誤差} = \frac{|T_{\text{実}} - T|}{T_{\text{実}}} = \frac{0.012}{1.852} = 0.65 \%$$

以上の結果より、②、③、④は誤差 0.65% の範囲内で一致する。

#### 4. おわりに

電磁誘導を利用して測定した周期は、手動で測定した周期とほとんど同じになった。手動による実験の場合は測定に必要な振動回数が多く、振幅がしだいに小さくなり、周期の変化が心配される。しかし、電磁誘導を利用した周期の測

定では振動回数が少なく済み、振幅の違う2つの実験を行った結果、ほぼ同じ値を得ることができた。

物理学の発展には理論と実験が車の両輪の役目を果たしてきたと言われている。しかし、授業や講義では理論の側面が強すぎるように感じている。さらに、そこでの取り扱いは理想化された場合である。例えば、摩擦や空気の抵抗、及びばねの質量が無視できる場合等である。

本研究では、ばねの質量を考慮した取り扱いをして実験値との一致を見ることができた。

通常、重力加速度の大きさを求める実験としては、単振り子を用い、その運動を単振動と見なして行う。しかし、その値はばらつきが大きい。その原因としては、振り子の長さの影響（振幅の大小）、振り子の振動面が平面でないこと、振動回数の数え間違い、ストップウォッチを押すタイミングのずれ等である。それに対して、オシロスコープを用いた周期の測定では測定値のばらつきがほとんどないので、重力加速度の大きさを求める実験にも効果的である。

その他、『ジョリーのばねばかり』は、「水の表面張力の測定」以外にも本研究のように他の実験にも併用できる。

#### 謝 辞

本研究で使用したオシロスコープは平成27年度教育重点配分予算「物理新芯プロジェクトⅡ」で購入したものである。本学の予算担当者及びこのプロジェクトをご承認いただきました皆様方に深く感謝申し上げます。

このプロジェクトは平成25年度に物理教育の刷新を目的に立ち上げた「物理新芯プロジェクト」の継続であり、講義内容の見直しや講義の内容理解を助ける演示実験の導入及び学生実験の新規実験の導入等を行っている。

#### 参考文献

- 1) 質点の力学 原島鮮 著 裳華房 (昭和50年)
- 2) 第7版 物理学実験 名古屋工業大学 物理学教室 編 (2011年)